



DETERMINACIÓN DEL INSTANTE DE TRÁNSITO DEL SOL POR EL MERIDIANO DEL LUGAR DE OBSERVACIÓN

Descripción

Una vez terminada la fase de registro de la sombra, con los datos registrados en el lienzo de papel pueden realizarse otras actividades, no estrictamente necesarias para la medida colectiva de Radio de la Tierra, pero que pueden ser útiles para el refuerzo de temas presentados en el currículo escolar o en ampliaciones del mismo por parte de algunos profesores.

En esta ficha se describen distintas formas de determinar el instante en que la sombra ha pasado por el mínimo de su longitud. Este instante corresponde al tránsito o paso del Sol por el meridiano del lugar, o mediodía solar local. A lo largo de la ficha se usarán indistintamente estas denominaciones.

A partir de este dato se pueden realizar numerosas otras actividades, que se enumeran al final de esta ficha.

Nivel a que va dirigida

Infantil	Escolar	Escolar	Observaciones	Profesores
Escolar inicial	Medio	Avanzado	públicas	

Objetivos

Determinar el instante del paso del Sol por el meridiano.

Observar que un mismo resultado puede en ocasiones obtenerse de formas diferentes.

Forma de operar

Se proponen a continuación tres formas diferentes para la determinación del instante del mediodía solar local o instante de paso del Sol por el meridiano del lugar. Este instante corresponde al momento en que la sombra del gnomon tiene la longitud mínima.

Para la explicación se usan las medidas obtenidas en una sesión pública de observación del Sol en el Parc de la Ciudadella de Barcelona, con motivo de la Festa de la Ciència (7 de junio de 2008). Aunque no son medidas de gran calidad (y por tanto los resultados obtenidos por los diferentes métodos dan una cierta dispersión), permiten explicar y proponer ejemplo de la forma de tratar los datos.



El punto de partida para estas observaciones es el lienzo de papel sobre el que se han ido registrando las posiciones del extremo de la sombra del gnomon.

1.- Determinación del mediodía solar local por la simetría de la gráfica longitud de la sombra = f(tiempo)

Para la realización de este cálculo se ha de medir y tabular la longitud de la sombra para cada uno de los puntos marca del extremo de la sombra del gnomon que se han registrado durante la toma de medidas.

Como se ha indicado en una ficha anterior (Determinación de la dirección Norte-Sur), la longitud de la sombra no se mide hasta la proyección del centro del gnomon, sino solamente hasta la proyección del borde.

La tabla obtenida ha de ser semejante a Tabla 1

Hora oficial	Long. sombra (cm)	Hora UT	Sombra corregida (cm)
11:28	57,0	9:28	55,5
12:00	47,0	10:00	45,5
12:20	41,5	10:20	40,0
12:34	38,5	10:34	37,0
13:03	33,0	11:03	31,5
13:31	31,5	11:31	30,0
13:36	30,5	11:36	29,0
13:37	29,5	11:37	28,0
13:45	29,5	11:45	28,0
14:10	29,0	12:10	27,5
14:22	31,5	12:22	30,0
15:24	42,5	13:24	41,0

Tabla 1

La primera columna tiene la hora oficial del momento del registro.

La segunda columna mide la distancia del extremo de la sombra al punto proyección del centro del gnomon.

La tercera columna tiene la hora oficial, dos horas menos que la hora oficial, por tratarse del horario de verano.

Finalmente la cuarta columna, Sombra corregida, tiene en cuenta el grosor del gnomon. Puesto que el diámetro del gnomon era de 3 cm, se resta 1,5 cm a cada medida de la sombra para tener la verdadera longitud de la sombra.

Con los datos de las columnas tercera y cuarta se pasa a representar la gráfica longitud de la sombra (ordenadas) como función del tiempo (abscisas).

Pensando en el tratamiento posterior, se recomienda trazar esta gráfica sobre una hoja completa DINA4 y a una sola cara.

La curva de la Figura 1 es el resultado de esta representación gráfica.

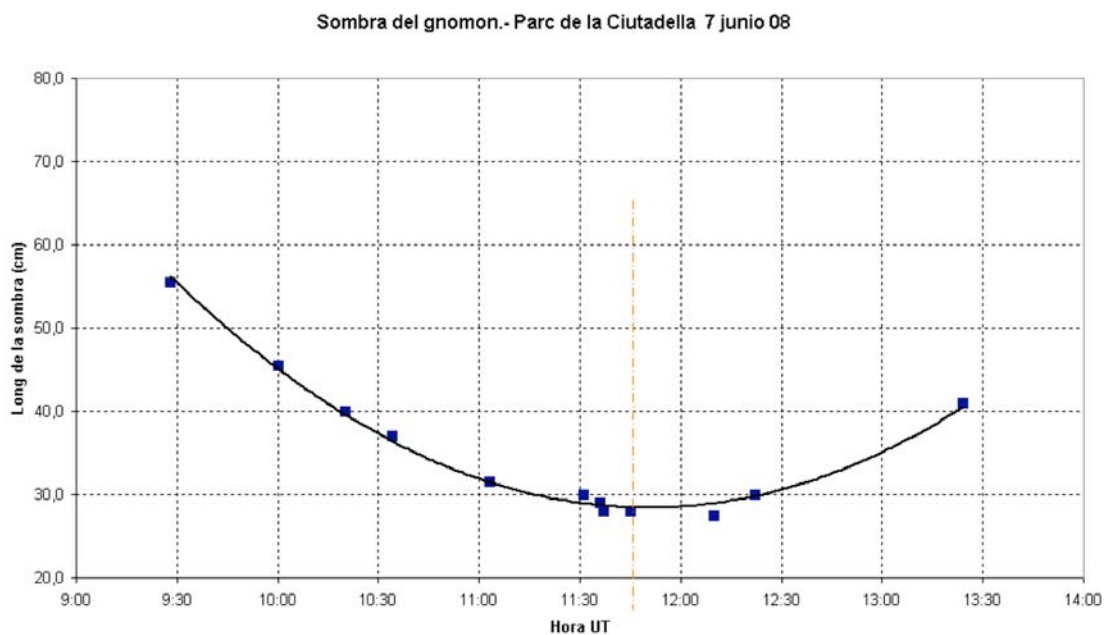


Figura 1

Puesto que se trata de una curva simétrica respecto del mínimo, una forma de determinar este mínimo consiste en doblar el papel sobre sí mismo, por una línea paralela al eje de ordenadas, buscando que las dos ramas de la curva, al superponerse, coincidan de la forma más exacta posible. Una vez lograda esta coincidencia, se marca el doblez sobre el la hoja.

La línea roja vertical en la Figura 1 representa este doblez.

Sobre el eje de abscisas se lee el valor del instante de mínimo.

El resultado puede ajustarse mediante un proceso de interpolación.

Este cálculo puede ser realizado por distintos grupos de alumnos a partir de un solo registro de datos.

El resultado que se obtuvo con este procedimiento para el instante del tránsito del Sol por el meridiano fue 11h 46 m

2.- Determinación del paso por la línea Norte-Sur

Una forma alternativa de determinar el instante del mediodía solar local se basa en determinar el momento en que la sombra cruza la línea Norte-Sur.

Podría usarse una línea Norte-Sur existente en el centro escolar, resultado de mediciones hechas con anterioridad.

Aquí se describe la forma de realizar este cálculo a partir de la hoja con el registro de los datos y la representación de la línea Norte-Sur, trazada como se explica en una actividad específica.

La Figura 2 es reproducción de una parte del registro de datos, aquella en que la línea Norte-Sur interfecta con la trayectoria de la sombra del extremo del



gnomon (línea de color verde). Los arcos de circunferencias concéntricas corresponden a las circunferencias que se trazaron para la determinación de la dirección Norte-Sur.

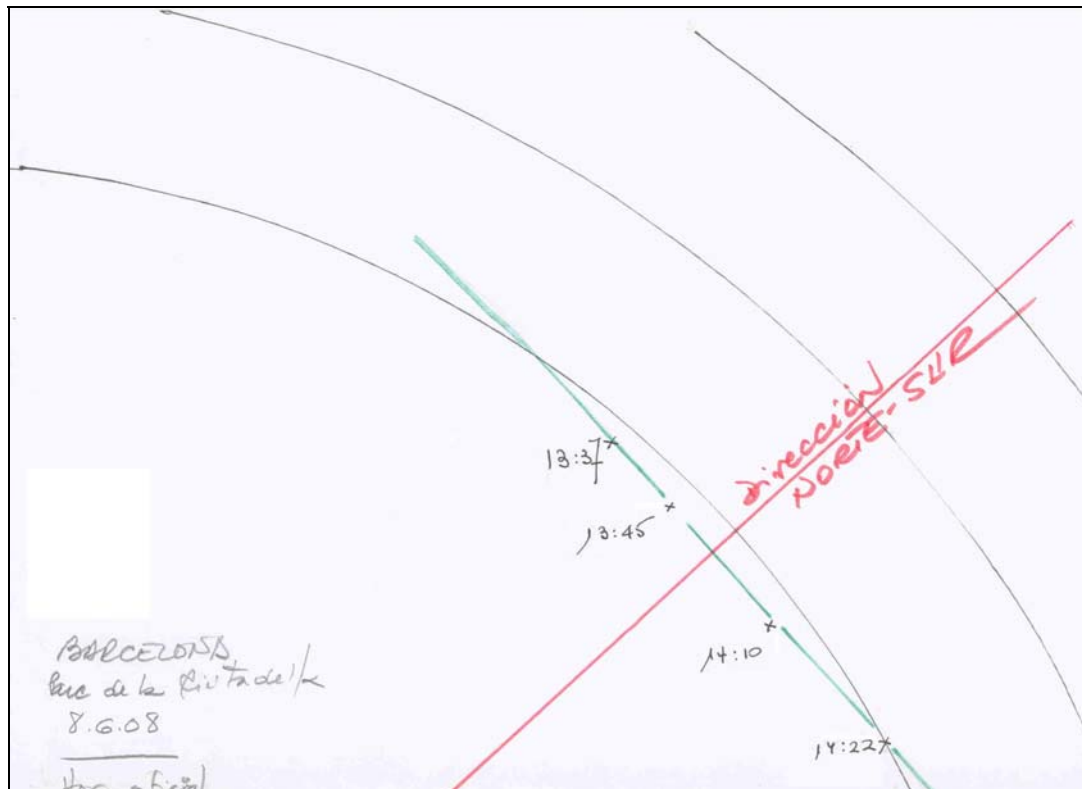


Figura 2

Analizando la figura es evidente que el tránsito, el instante en que la trayectoria de la sombra cortó la dirección Norte-Sur tuvo lugar en algún instante entre las 11h40 y las 12h10, hora oficial.

Este valor se puede determinar por interpolación, midiendo la distancia de las marcas del extremo de la sombra a la dirección Norte-Sur.

La precisión del cálculo de interpolación dependerá de la precisión que se hayan hecho las medidas anterior y posterior al tránsito del Sol por el meridiano.

Una forma de mejorar la precisión sería interpolar a partir de varios puntos anteriores y posteriores al tránsito del Sol por el meridiano. Este cálculo se presenta a continuación, a modo de ejemplo, con dos puntos antes del tránsito y dos puntos después del tránsito.

Los resultados de las medidas se encuentran en la Tabla 2; y en la Figura 3 la gráfica de estos datos.

El ajuste de la recta de regresión da el punto de corte a la 13h 35m , hora oficial, que corresponde a las 11h 53m UT



Hora oficial	Dist (mm)
13:37	-39
13:45	-16
14:10	25
14:22	72

Tabla 2

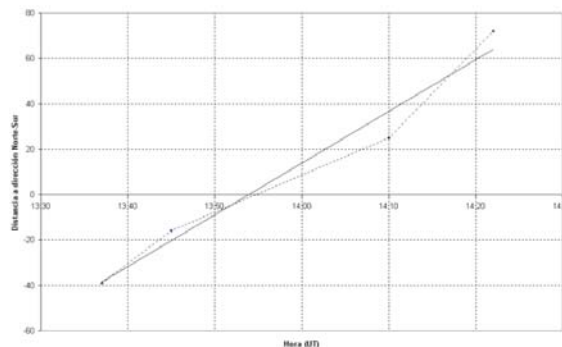


Figura 3

Es importante destacar que la precisión de esta medida depende de la precisión con que se haya trazado la línea Norte-Sur.

3.- Determinación analítica del mediodía solar local

La curva representada en la Figura 1 no es una parábola. Pero en un intervalo corto alrededor del mínimo se puede representar con suficiente aproximación por medio de una función de segundo grado, de una parábola.

Hora UT	Sombra corregida (cm)	t (minutos desde 11h)	Sombra calculada
11:03	31,5	3	31,01
11:31	30	31	28,27
11:36	29	36	28,03
11:37	28	37	27,99
11:45	28	45	27,78
12:10	27,5	70	28,37
12:22	30	82	29,31
13:24	41	144	41,04

Tabla 3

En las dos primeras columnas de la Tabla 3 se han tomado datos de la Tabla 1. Para trabajar con números no demasiado grandes se toman los tiempos (Variable t) en minutos transcurridos desde las 11 horas UT (Tercera columna).

Con un programa de ajuste de curvas se calcularon los coeficientes de la curva de segundo grado que mejor se ajusta a los valores tabulados en la segunda columna.

$$\text{longitud de la sombra} = 31,43 - 0,148410t + 0,0014937 t^2 \quad [I]$$

La cuarta columna de la Tabla 3 presenta el valor de la expresión $[I]$ con los valores de la variable t . Es aceptablemente buena la correspondencia entre los valores de las columnas segunda y cuarta.



El valor de t a que corresponde el mínimo de la función puede calcularse por derivación e igualación a cero de la derivada, como se estudia en Matemáticas de Bachillerato.

El cálculo da un valor de $t = 49,7$ minutos, o sea, teniendo en cuenta el cambio de variable efectuado, indica que el mínimo correspondería a las 11h 49,7m UT.

En referencia a este último cálculo debe señalarse que pueden obtenerse resultados no del todo ajustados. La curvatura de la función es muy pequeña (intuitivamente la curva es muy plana), lo que significa que es muy sensible a pequeños errores de los valores iniciales.

Los profesores de Matemáticas que deseen proponer este ejercicio a sus alumnos deberían revisar antes la calidad de los datos. Tal vez para plantear este ejercicio como refuerzo de los conocimientos y habilidades adquiridos en la clase de Matemáticas se podría pedir al profesor que proporcione a los alumnos los coeficientes de la función de segundo grado, pidiendo a los alumnos que comprueben la exactitud del ajuste de los datos calculados y los datos medidos, que deriven y calculen en instante del mínimo y, finalmente, que comparen el resultado con el que se haya obtenido por otros medios.

4.- Análisis de los resultados obtenidos

Con los datos del Anuario Astronómico (o su sustituto obtenido en Internet) y la longitud geográfica se puede calcular el mediodía solar local para un determinado lugar.

Según este cálculo, el mediodía solar local de Barcelona, para el día 7 de junio de 2008 tuvo lugar a las 11h 50m 8s UT, aproximadamente 11h 50,1 m

Los valores medidos han sido:

Por simetría de la gráfica	11h 46 m
Por instante de paso por la línea Norte-Sur	11h 53 m
Por cálculo analítico	11h 49,7m

En cualquier caso los resultados son satisfactorios.

Continuará...

Una vez calculado el mediodía solar local podría seguirse realizando distintas actividades.

En la lista que sigue se presentan algunas sugerencias:

- Intercambio de datos con otros centros, comprobando que se trata de un fenómeno local. Cuanto más al oeste se encuentre un observador, más tarde tiene lugar este hecho.



- Explicación de la discrepancia entre el mediodía solar local y el mediodía de la hora civil u oficial. Corrección por longitud y corrección por ecuación del tiempo.
- Repetición de la medida a lo largo del año. Comprobación que el adelanto o retraso del mediodía solar local respecto al mediodía de la hora oficial no es constante a lo largo del año.
- El gnomon como GPS. Determinación de las coordenadas geográficas del lugar de observación a partir de las observaciones realizadas con el gnomon y los datos de un Anuario Astronómico